数［1］

次の極限を求めよ．

（1）$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{3}{2n}+\frac{1}{2n^2})^n$

（2）$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{3}{2n}+\frac{1}{4n^2})^n$

数［2］

次の $n+1$ 次行列の行列式を求めよ．

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & \cdots & 1 & 1 \\ b_1 & a_1 & a_1 & a_1 & \cdots & \cdots & a_1 & a_1 \\ b_1 & b_2 & a_2 & a_2 & \cdots & \cdots & a_2 & a_2 \\ b_1 & b_2 & b_3 & a_3 & \cdots & \cdots & a_3 & a_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots & \cdots & a_{n-1} & a_{n-1} \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots & \cdots & b_n & a_n \end{pmatrix}$$

数［3］

（1）$X_1, X_2, ..., X_n$を $[0,1]$ 上の一様分布に従う独立確率変数列とし，$X=\max\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ とおく．事象 $X \leqq x$ であることは，すべての kに対して $X_k \leqq x$ が成り立つことと同値であることを使って，Xの分布関数 $P(X \leqq x)$，Xの確率密度関数，Xの平均を求めよ．

（2）$Y_1, Y_2, ..., Y_n$を独立確率変数列で，それぞれ次の指数分布に従うとする：

$$P(Y_k \leqq y) = \int_0^y e^{-t} dt.$$

$Y=\min\{Y_1, Y_2, ..., Y_n\}$ とおくとき，Yの分布関数 $P(Y \leqq x)$, Yの確率密度関数，Yの平均を求めよ．

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX

数［4］

a, y_0を定数として，微分方程式

$$y'(t) - ay(t-1) = 0 \quad \text{for} \quad t > 0, \qquad y(t) = y_0 \quad \text{for} \quad -1 \leqq t \leqq 0$$

を解く．

（1）$0 \leqq t < 1$ のときの解 $y(t)$ を求めよ．

（2）一般の $t (t > 0)$ に対して，解は

$$y(t) = y_0 \sum_{n=0}^{\lfloor t+1 \rfloor} a^n \frac{(t-n+1)^n}{n!}$$

で与えられることを示せ．ただし，$\lfloor t \rfloor$ は t を越えない最大の整数を表す．

（3）$t > 0$ のとき，解 $y(t)$ の連続微分可能性を調べよ．

数［5］

$C(\mathbb{R})$ を実数上連続関数の全体とし，$f, g \in C(\mathbb{R})$ に対して

$$f \leqq g \quad \Longleftrightarrow \quad \forall x \in \mathbb{R}(f(x) \leqq g(x))$$

で順序を定義する．$A \subset C(\mathbb{R})$ がこの順序で整列集合になるなら，A は可算であることを証明せよ．

数［6］

（1）a, b を整数とし $b \neq 0$ とする．a を b で割ったときの商を q，余りを r とすれば，a, b の最大公約数は b, rの最大公約数に等しいことを証明せよ．

（2）a, b の最大公約数を c とすれば，$c = \alpha a + \beta b$ となる整数α, β が存在することを証明せよ．

（3）a, b の最大公約数が 1 のとき，ある整数 c に対して a が bc の約数ならば a は c の約数であることを証明せよ．

数［7］

ある企画プロジェクトチームのリーダを選定するためにあげられた基準が，①リーダ的素質，②性格，③感性，④人間的魅力，⑤将来性，⑥教育環境，⑦技能，⑧人間関係の８項目であった．これらの項目について一対比較を行い，要素ⓘ が要素ⓙ に影響を与える場合を 1，そうでない場合を 0 としたときの関係行列 Pが $Fig.1$ であった．

$$
P = \begin{array}{c|cccccccc}
 & ① & ② & ③ & ④ & ⑤ & ⑥ & ⑦ & ⑧ \\
\hline
① & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
② & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
③ & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
④ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
⑤ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
⑥ & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
⑦ & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
⑧ & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

$Fig.1$

以下の問いに答えよ.

（1）この行列の可到達行列 Rを求めよ.

（2）隣接するレベル間の要素の関係を示す構造化行列 Sを計算せよ.

（3）選定基準の階層構造を図示せよ.

（4）システムの階層構造化手法である Dematel 法と，上記（1）～（3）による構造化方法との相違点を簡明に記しなさい.